

Exercice 1 — Reconnaître un trinôme du second degré

- a) Oui : $(a, b, c) = (3, -5, 1)$. b) Non. c) Oui : $(-1, 0, 2)$. d) Non.
e) Oui : $(\frac{1}{2}, -3, 0)$. f) Oui : $(1, -3, -4)$. g) Oui : $(-4, 4, 4)$. h) Non.

Exercice 2 — Forme canonique

- a) $(x - 3)^2 - 4$. b) $(x + 4)^2 - 13$. c) $2(x - 2)^2 - 7$.
d) $-(x - 2)^2 + 11$. e) $3(x + 1)^2 - 8$. f) $-2(x + 3)^2 + 19$.

Exercice 3 — Sommet et variations

- a) $S(2; -5)$; minimum -5 ; décroissante sur $] -\infty; 2]$, croissante sur $[2; +\infty[$.
b) $S(-1; 4)$; maximum 4 ; croissante sur $] -\infty; -1]$, décroissante sur $[-1; +\infty[$.
c) $S(3; -11)$; minimum -11 ; décroissante sur $] -\infty; 3]$, croissante sur $[3; +\infty[$.
d) $S(5; 4)$; maximum 4 ; croissante sur $] -\infty; 5]$, décroissante sur $[5; +\infty[$.

Exercice 4 — Recette d'un spectacle

- a) Prix : $10 - x$ euros; nombre de billets : $200 + 40x$.
b) $R(x) = (10 - x)(200 + 40x) = -40x^2 + 200x + 2000$.
c) $R(x) = -40(x - 2,5)^2 + 2250$.
d) $x = 2$ ou $x = 3$.
e) Prix : 8 euros ou 7 euros; recette maximale : 2240 euros.

Exercice 5 — Deux cadres carrés

- a) Premier cadre : $4x$ dm de baguette; côté du second : $10 - x$ dm.
b) $A(x) = x^2 + (10 - x)^2 = 2x^2 - 20x + 100$.
c) $A(x) = 2(x - 5)^2 + 50$.
d) $2(x - 5)^2 \geq 0$: minimum 50 dm^2 , atteint pour $x = 5$.
e) Deux carrés de côté 5 dm.

Exercice 6 — Calculer un discriminant

- a) $\Delta = 1$: 2 racines. b) $\Delta = 0$: 1 racine double. c) $\Delta = -28$: aucune.
d) $\Delta = 1$: 2 racines. e) $\Delta = 0$: 1 racine double. f) $\Delta = 16$: 2 racines.
g) $\Delta = 0$: 1 racine double. h) $\Delta = -39$: aucune.

Exercice 7 — Résoudre avec le discriminant

- a) $S = \{2; 5\}$. b) $S = \{2\}$. c) $S = \emptyset$. d) $S = \{\frac{1}{2}; 2\}$.
e) $S = \{-1; -\frac{1}{3}\}$. f) $S = \{2; 6\}$. g) $S = \{\frac{1}{2}\}$. h) $S = \emptyset$.

Exercice 8 — Factoriser

- a) $(x-4)(x-5)$. b) $(x+5)^2$. c) Non factorisable dans $\mathbb{R}$.
d) $(2x-1)(x-3)$. e) $-(x-2)(x-3)$. f) $3(x-2)^2$.
g) $(2x-1)(2x+1)$. h) $(x-5)(x+3)$.

Exercice 9 — Somme et produit des racines

- a) Somme : 9 ; produit : 14 ; racines : 2 et 7.
b) Somme : $\frac{11}{2}$; produit : $\frac{5}{2}$; $\Delta = 81$; racines : $\frac{1}{2}$ et 5.
c) 3 et 5.

Exercice 10 — Signes

- a) $f > 0$ sur $] -\infty; 2[\cup]3; +\infty[$; $f = 0$ en 2 et 3 ; $f < 0$ sur $]2; 3[$.
b) $g < 0$ sur $] -\infty; -1[\cup]5; +\infty[$; $g = 0$ en -1 et 5 ; $g > 0$ sur $] -1; 5[$.
c) $h > 0$ sur $\mathbb{R} \setminus \{2\}$; $h(2) = 0$.
d) $p > 0$ sur $\mathbb{R}$.
e) $q < 0$ sur $\mathbb{R} \setminus \{1\}$; $q(1) = 0$.

Exercice 11 — Résoudre des inéquations

- a) $] -\infty; 2] \cup]3; +\infty[$. b) $]2; 3[$. c) $[-1; 5]$. d) $\{2\}$.
e) $\mathbb{R}$. f) $] -\infty; 1[\cup]1; +\infty[$. g) $[-3; 3]$. h) $] -\frac{1}{2}; 1[$.

Exercice 12 — Lecture graphique

- a) $S(1,5; 4)$.
b) Maximum : 4.
c) Croissante sur $] -\infty; 1,5]$, puis décroissante sur $[1,5; +\infty[$.
d) $x \approx -1,3$ ou $x \approx 4,3$.
e) Environ $[-1,3; 4,3]$.

Exercice 13 — Aire maximale

- a) Longueur : $20 - x$ m, avec $0 < x < 20$.
b) $A(x) = x(20 - x)$.
c) $A(x) = -x^2 + 20x = -(x - 10)^2 + 100$.
d) $x = 10$ m.
e) Aire maximale : 100 m^2 .

Exercice 14 — Lancer d'une balle

- a) 1 m.
- b) $h(t) = -5(t - 2)^2 + 21$.
- c) Hauteur maximale : 21 m, atteinte à $t = 2$ s.
- d) $S = \left\{ 2 - \frac{\sqrt{105}}{5}; 2 + \frac{\sqrt{105}}{5} \right\}$.
- e) La balle touche le sol après $2 + \frac{\sqrt{105}}{5} \approx 4,05$ s.

Exercice 15 — Bénéfice d'une entreprise

- a) $B(0) = -40$: perte de 40 euros sans vente.
- b) $S = \{2; 10\}$.
- c) $B < 0$ sur $] -\infty; 2[\cup]10; +\infty[$; $B = 0$ en 2 et 10; $B > 0$ sur $]2; 10[$.
- d) Strictement entre 200 et 1000 objets, soit de 201 à 999 objets.
- e) Bénéfice maximal : 32 euros pour 600 objets vendus ($x = 6$).

Exercice 16 — Arche parabolique

- a) $\frac{0+12}{2} = 6$: le sommet est au milieu des deux racines.
- b) $a = -\frac{1}{4}$.
- c) $f(x) = -\frac{1}{4}(x - 6)^2 + 9 = -\frac{1}{4}x^2 + 3x$, pour $x \in [0; 12]$.
- d) $f(2) = 5$ m.
- e) Entre 2 et 10 mètres du bord gauche, bornes comprises : $x \in [2; 10]$.