

Problèmes d'approfondissement

Exercice 1 — Équation de degré trois guidée

On considère le polynôme

$$P(x) = x^3 - 4x^2 - x + 4.$$

- a) Vérifier que $P(1) = 0$. Que peut-on en déduire ?
- b) Écrire $P(x)$ sous la forme

$$P(x) = (x - 1)(ax^2 + bx + c),$$

puis déterminer les valeurs de a , b et c en développant.

- c) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $P(x) = 0$.
- d) Dresser le tableau de signe de $P(x)$.

Exercice 2 — Équation de degré quatre

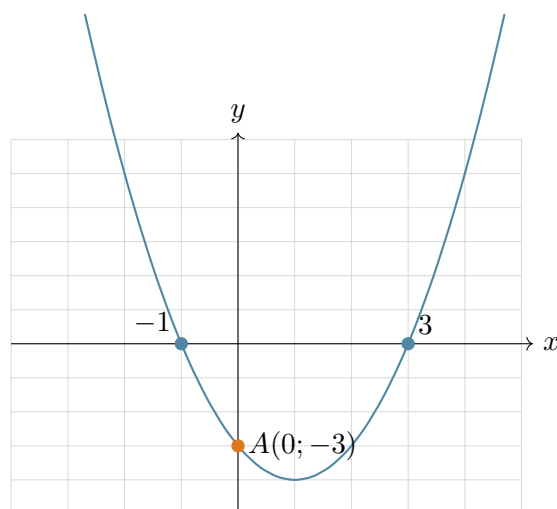
On considère l'équation

$$x^4 - 5x^2 + 4 = 0.$$

- a) Poser $X = x^2$ et transformer l'équation en une équation du second degré en X .
- b) Résoudre cette équation en X .
- c) En déduire les solutions réelles de l'équation initiale.
- d) Factoriser $x^4 - 5x^2 + 4$ dans $\mathbb{R}$.

Exercice 3 — Retrouver une expression à partir d'un graphique

On considère la parabole représentée ci-dessous. Elle est la courbe d'une fonction polynôme du second degré f .



On sait que les racines de f sont visibles sur le graphique et que le point $A(0; -3)$ appartient à la courbe.

- a) Lire les racines de f sur le graphique.
- b) En déduire que $f(x) = a(x + 1)(x - 3)$, où a est un réel.
- c) Utiliser les coordonnées du point A pour déterminer a .
- d) Donner l'expression développée de $f(x)$.
- e) Vérifier graphiquement le signe de f sur les différents intervalles.