

1. Identifier et transformer

Exercice 1 — Reconnaître un trinôme du second degré

Pour chaque fonction, dire si elle est une fonction polynôme du second degré. Si oui, préciser les coefficients a , b et c .

- a) $f(x) = 3x^2 - 5x + 1$ b) $g(x) = 7x - 4$ c) $h(x) = -x^2 + 2$ d) $p(x) = x^3 - 2x + 1$
 e) $q(x) = \frac{1}{2}x^2 - 3x$ f) $r(x) = (x + 1)(x - 4)$ g) $s(x) = 5 - (2x - 1)^2$ h) $t(x) = \frac{1}{x} + x^2$

Exercice 2 — Forme développée

Développer et réduire.

- a) $(x + 3)^2$ b) $(x - 5)^2$ c) $(x + 2)(x - 7)$ d) $2(x - 1)(x + 4)$
 e) $-3(x + 2)^2 + 5$ f) $(2x - 1)(x + 6)$ g) $4 - (x - 3)^2$ h) $(x + 1)^2 - (x - 2)(x + 3)$

Exercice 3 — Forme canonique

Déterminer la forme canonique des fonctions suivantes.

- a) $f(x) = x^2 - 6x + 5$
 b) $g(x) = x^2 + 8x + 3$
 c) $h(x) = 2x^2 - 8x + 1$
 d) $p(x) = -x^2 + 4x + 7$
 e) $q(x) = 3x^2 + 6x - 5$
 f) $r(x) = -2x^2 - 12x + 1$

Exercice 4 — Sommet et variations

Pour chaque fonction, déterminer les coordonnées du sommet de la parabole, l'extremum, puis dresser le tableau de variation.

- a) $f(x) = (x - 2)^2 - 5$
 b) $g(x) = -3(x + 1)^2 + 4$
 c) $h(x) = 2x^2 - 12x + 7$
 d) $p(x) = -x^2 + 10x - 21$

2. Équations du second degré

Exercice 5 — Calculer un discriminant

Pour chaque trinôme, calculer le discriminant et donner le nombre de racines réelles.

- a) $x^2 - 5x + 6$ b) $x^2 + 4x + 4$ c) $x^2 + 2x + 8$ d) $2x^2 - 3x + 1$
 e) $-x^2 + 6x - 9$ f) $3x^2 + 2x - 1$ g) $4x^2 - 12x + 9$ h) $5x^2 + x + 2$

Exercice 6 — Résoudre avec le discriminant

Résoudre dans $\mathbb{R}$.

- a) $x^2 - 7x + 10 = 0$ b) $x^2 - 4x + 4 = 0$ c) $x^2 + 6x + 13 = 0$ d) $2x^2 - 5x + 2 = 0$
 e) $3x^2 + 4x + 1 = 0$ f) $-x^2 + 8x - 12 = 0$ g) $4x^2 - 4x + 1 = 0$ h) $5x^2 - 2x + 1 = 0$

Exercice 7 — Factoriser

Factoriser les trinômes suivants lorsque c'est possible dans $\mathbb{R}$.

a) $x^2 - 9x + 20$

b) $x^2 + 10x + 25$

c) $x^2 + 4x + 8$

d) $2x^2 - 7x + 3$

e) $-x^2 + 5x - 6$

f) $3x^2 - 12x + 12$

g) $4x^2 - 1$

h) $x^2 - 2x - 15$

Exercice 8 — Somme et produit des racines

On considère un trinôme $ax^2 + bx + c$ admettant deux racines x_1 et x_2 .

a Pour $f(x) = x^2 - 9x + 14$, calculer $x_1 + x_2$ et x_1x_2 , puis retrouver les racines.

b Pour $g(x) = 2x^2 - 11x + 5$, calculer $x_1 + x_2$ et x_1x_2 , puis vérifier avec le discriminant.

c Trouver deux nombres dont la somme vaut 8 et le produit vaut 15.

d Trouver deux nombres dont la somme vaut -3 et le produit vaut -10 .

3. Signe et inéquations

Exercice 9 — Tableaux de signe

Dresser le tableau de signe des trinômes suivants.

a $f(x) = x^2 - 5x + 6$

b $g(x) = -x^2 + 4x + 5$

c $h(x) = 2x^2 - 8x + 8$

d $p(x) = x^2 + 2x + 5$

e $q(x) = -3x^2 + 6x - 3$

Exercice 10 — Résoudre des inéquations

Résoudre dans $\mathbb{R}$.

a) $x^2 - 5x + 6 \geq 0$

b) $x^2 - 5x + 6 < 0$

c) $-x^2 + 4x + 5 \geq 0$

d) $2x^2 - 8x + 8 \leq 0$

e) $x^2 + 2x + 5 > 0$

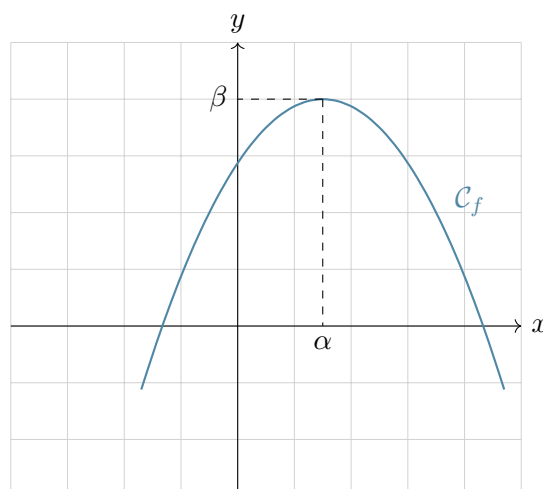
f) $-3x^2 + 6x - 3 < 0$

g) $x^2 - 9 \leq 0$

h) $-2x^2 + x + 1 > 0$

Exercice 11 — Lecture graphique

On considère une parabole représentant une fonction f du second degré.



a Donner une valeur approchée des coordonnées du sommet.

b La fonction admet-elle un maximum ou un minimum ?

- c Donner les intervalles de variation de f .
- d Donner une valeur approchée des solutions de $f(x) = 0$.
- e Donner une valeur approchée de l'ensemble des solutions de $f(x) \geq 0$.

4. Modélisation

Exercice 12 — Aire maximale

On dispose de 40 mètres de clôture pour construire un enclos rectangulaire. On note x la largeur de l'enclos, en mètres.

- a Exprimer la longueur de l'enclos en fonction de x .
- b Montrer que l'aire de l'enclos est donnée par :

$$A(x) = x(20 - x).$$

- c Développer $A(x)$, puis déterminer sa forme canonique.
- d Pour quelle valeur de x l'aire est-elle maximale ?
- e Quelle est l'aire maximale ?

Exercice 13 — Lancer d'une balle

La hauteur, en mètres, d'une balle après t secondes est modélisée par :

$$h(t) = -5t^2 + 20t + 1.$$

- a Quelle est la hauteur initiale de la balle ?
- b Déterminer la forme canonique de $h(t)$.
- c En déduire la hauteur maximale atteinte par la balle et l'instant où elle est atteinte.
- d Résoudre $h(t) = 0$.
- e Interpréter la solution positive dans le contexte.

Exercice 14 — Bénéfice d'une entreprise

Une entreprise fabrique et vend un produit. Le bénéfice, en euros, réalisé pour x centaines d'objets vendus est modélisé par :

$$B(x) = -2x^2 + 24x - 40.$$

- a Calculer $B(0)$ et interpréter le résultat.
- b Résoudre $B(x) = 0$.
- c Dresser le tableau de signe de $B(x)$.
- d Pour quelles quantités l'entreprise réalise-t-elle un bénéfice positif ?
- e Déterminer le bénéfice maximal et la quantité correspondante.

Exercice 15 — Arche parabolique

Une arche a la forme d'une parabole. Dans un repère, le sol correspond à l'axe des abscisses. L'arche touche le sol aux points d'abscisses 0 et 12, et sa hauteur maximale est 9 mètres.

- a Expliquer pourquoi l'abscisse du sommet est 6.
- b On modélise la hauteur de l'arche par $f(x) = a(x - 6)^2 + 9$. Déterminer a .
- c Donner l'expression de $f(x)$.
- d Calculer la hauteur de l'arche à 2 mètres du bord gauche.
- e À quelles distances du bord gauche la hauteur de l'arche est-elle supérieure ou égale à 5 mètres ?