

Fractions

Propriété

Soient deux fractions $\frac{a}{b}$ et $\frac{c}{d}$ avec $b \neq 0$ et $d \neq 0$.

- Addition : $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad + bc}{bd}$.
- Multiplication : $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$.
- Division : $\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} = \frac{ad}{bc}$.

Méthode

Pour additionner deux fractions, on les met au même dénominateur.

$$\frac{3}{4} + \frac{5}{6} = \frac{9}{12} + \frac{10}{12} = \frac{19}{12}.$$

Méthode

Diviser par une fraction revient à multiplier par son inverse.

$$\frac{2}{5} \div \frac{4}{15} = \frac{2}{5} \times \frac{15}{4} = \frac{30}{20} = \frac{3}{2}.$$

Puissances

Propriété

Soit a un réel et m, n deux entiers.

- $a^m \times a^n = a^{m+n}$.
- $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$, avec $a \neq 0$.
- $(a^m)^n = a^{mn}$.
- $a^0 = 1$, avec $a \neq 0$.
- $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$.

Exemple

$$2^3 \times 2^5 = 2^8, \quad \frac{3^7}{3^4} = 3^3 = 27, \quad (5^2)^3 = 5^6.$$

Racines carrées

Définition

Pour tout réel $a \geq 0$, $\sqrt{a}$ est le nombre positif tel que $(\sqrt{a})^2 = a$.

Propriété

Pour tous réels $a \geq 0$ et $b \geq 0$:

- $\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{ab}$.
- $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$, avec $b \neq 0$.
- $\sqrt{a^2} = |a|$.

Méthode

Pour simplifier une racine carrée, on cherche le plus grand carré parfait qui divise le nombre.

$$\sqrt{48} = \sqrt{16 \times 3} = 4\sqrt{3}.$$

$$\sqrt{75} - \sqrt{27} = 5\sqrt{3} - 3\sqrt{3} = 2\sqrt{3}.$$

Développer**Propriété**

- Distributivité simple : $k(a + b) = ka + kb$.
- Double distributivité : $(a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd$.
- Identités remarquables :

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2, \quad (a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2, \quad (a + b)(a - b) = a^2 - b^2.$$

Exemples

$$3x(x^2 - 4x + 1) = 3x^3 - 12x^2 + 3x.$$

$$(x + 3)(x - 2) = x^2 - 2x + 3x - 6 = x^2 + x - 6.$$

$$(2x - 1)^2 = 4x^2 - 4x + 1, \quad (x + 3)(x - 3) = x^2 - 9.$$

Factoriser**Propriété**

Factoriser une expression, c'est l'écrire comme un produit de facteurs.

- Mise en facteur commun : $ka + kb = k(a + b)$.
- Identité remarquable à l'envers : $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$.

Exemples

$$4x^2 - 12x = 4x(x - 3).$$

$$x^2 - 6x + 9 = (x - 3)^2.$$

$$9x^2 - 1 = (3x + 1)(3x - 1).$$

Équations du premier degré**Propriété**

Résoudre une équation, c'est trouver toutes les valeurs de x qui la vérifient.

On peut ajouter, soustraire, multiplier ou diviser les deux membres par un même nombre non nul.

Méthode

Résoudre une équation du premier degré.

$$3x - 5 + 5 = 1 + 5$$

$$3x = 6$$

$$\frac{3x}{3} = \frac{6}{3}$$

$$x = 2$$