

I. Définition d'une fonction

Définition

Une fonction f associe à chaque nombre x d'un ensemble de définition D un unique nombre réel noté $f(x)$. On note $f : x \mapsto f(x)$. Le nombre x est un **antécédent** et le nombre $f(x)$ est son **image**.

Définition

L'ensemble de définition d'une fonction f , noté D_f , est l'ensemble des nombres réels pour lesquels l'expression $f(x)$ a un sens.

Méthode

Pour déterminer un ensemble de définition, on repère les valeurs interdites :

- on ne peut pas diviser par zéro ;
- le nombre situé sous une racine carrée doit être positif ou nul.

Exemples

- Si $f(x) = 2x + 3$, l'expression est définie pour tout réel $x : D_f = \mathbb{R}$.
- Si $g(x) = \frac{1}{x-2}$, le dénominateur ne doit pas être nul. Ainsi, $x \neq 2$ et $D_g = \mathbb{R} \setminus \{2\}$.
- Si $h(x) = \sqrt{x+1}$, on doit avoir $x+1 \geq 0$. Ainsi, $x \geq -1$ et $D_h = [-1; +\infty[$.

Méthode

- Pour calculer l'image d'un nombre, on remplace x par ce nombre dans l'expression de la fonction, puis on effectue le calcul.
- Pour déterminer les antécédents d'un nombre k , on résout l'équation $f(x) = k$.

Exemple

Soit $f(x) = 2x - 1$.

- L'image de 3 est $f(3) = 2 \times 3 - 1 = 5$.
- Les antécédents de 5 sont les solutions de $2x - 1 = 5$, soit $x = 3$.

■ **remarque** : Un nombre possède une seule image. En revanche, une image peut avoir plusieurs antécédents, un seul ou aucun.

II. Tableau de valeurs

Définition

Un tableau de valeurs regroupe plusieurs nombres x et leurs images $f(x)$.

Méthode

Pour construire un tableau de valeurs, on calcule successivement l'image de chaque valeur de x demandée.

Exemple

Pour $f(x) = 2x + 1$:

x	-1	0	2	4
$f(x)$	-1	1	5	9

III. Représentation graphique

Définition

La courbe représentative d'une fonction f est l'ensemble des points de coordonnées $(x; f(x))$, où x appartient à l'ensemble de définition.

Méthode

Pour construire une courbe :

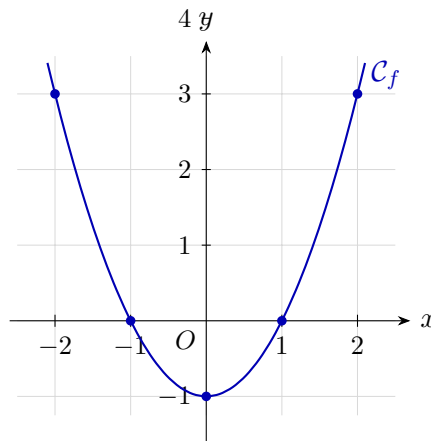
- établir un tableau de valeurs ;
- placer les points de coordonnées $(x; f(x))$;
- relier les points de façon régulière.

Exemple

Pour $f(x) = x^2 - 1$:

x	-2	-1	0	1	2
$f(x)$	3	0	-1	0	3

On place les points $(-2; 3)$, $(-1; 0)$, $(0; -1)$, $(1; 0)$ et $(2; 3)$, puis on les relie.



■ **remarque** Plus le nombre de points calculés est important, plus le tracé est précis.

IV. Lectures graphiques

Méthode

Pour déterminer l'image d'un nombre :

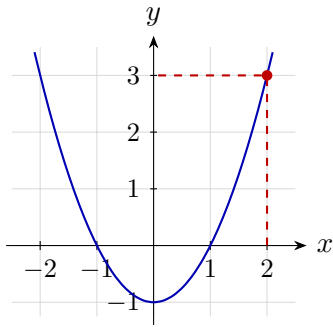
- partir de son abscisse sur l'axe horizontal ;
- rejoindre la courbe verticalement ;
- lire l'ordonnée correspondante.

Pour déterminer les antécédents d'un nombre k :

- tracer ou imaginer la droite horizontale d'équation $y = k$;
- repérer ses points d'intersection avec la courbe ;
- lire les abscisses correspondantes.

Exemple 1 — Lire une image

On utilise la courbe de la fonction f définie par $f(x) = x^2 - 1$ et on cherche l'image de 2.



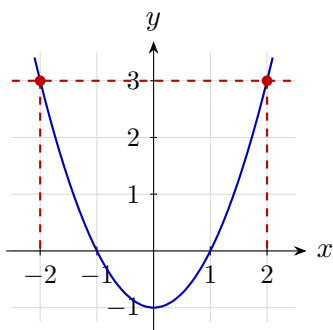
- On part de l'abscisse 2 sur l'axe horizontal.
- On rejoint verticalement la courbe.
- On lit l'ordonnée 3.

Ainsi, l'image de 2 est 3, donc

$$f(2) = 3.$$

Exemple 2 — Lire des antécédents

On cherche maintenant les antécédents de 3 par la fonction f .



- On trace la droite horizontale d'équation $y = 3$.
- Elle coupe la courbe en deux points.
- On lit leurs abscisses : -2 et 2 .

Ainsi, les antécédents de 3 sont -2 et 2 donc

$$f(-2) = f(2) = 3.$$

V. Résolution graphique**Propriété**

- Résoudre $f(x) = k$ revient à chercher les antécédents de k .
- Résoudre $f(x) > k$ revient à repérer les abscisses où la courbe de f est au-dessus de la droite $y = k$.
- Résoudre $f(x) = g(x)$ revient à lire les abscisses des points d'intersection des deux courbes.
- Résoudre $f(x) < g(x)$ revient à repérer les abscisses où la courbe de f est sous celle de g .

À retenir — Relations à connaître

Image de x	$f(x)$
Antécédents de k	solutions de l'équation $f(x) = k$
Point de la courbe	$M(x; f(x))$
Appartenance à la courbe	$M(a; b) \in \mathcal{C}_f \iff b = f(a)$
Intersection avec $y = k$	solutions de $f(x) = k$
Intersection de deux courbes	solutions de $f(x) = g(x)$
Courbe de f au-dessus de $y = k$	solutions de $f(x) > k$
Courbe de f sous celle de g	solutions de $f(x) < g(x)$