

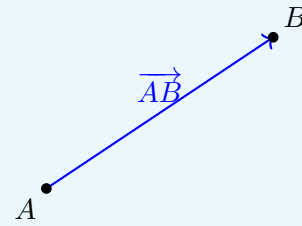
1 Notion de vecteur

Définition

Soient A et B deux points du plan.

Le vecteur $\overrightarrow{AB}$ est caractérisé par :

- sa direction ;
- son sens ;
- sa longueur appelée **norme**.



Remarque

Le vecteur $\overrightarrow{AB}$ représente la translation permettant de passer du point A au point B .

Le vecteur dont l'origine et l'extrémité sont confondues est appelé **vecteur nul**, noté : $\vec{0}$

Un vecteur n'est pas noté forcément par deux points distincts, il peut être noté par une lettre minuscule, par exemple : $\vec{u}$.

2 Égalité de vecteurs

Propriété

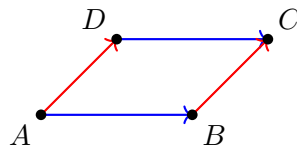
Soient A , B , C et D quatre points du plan.

- $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ si, et seulement si, $ABDC$ est un parallélogramme.
- $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ si, et seulement si, $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ ont même direction, même sens et même longueur.

Exemple

Dans le parallélogramme $ABCD$:

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \quad \text{et} \quad \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$$

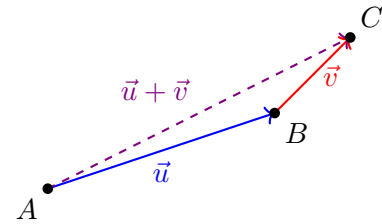


3 Somme de vecteurs et produit d'un vecteur par un réel

Définition

Soient $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs du plan. En enchaînant la translation de vecteur $\vec{u}$ puis celle de vecteur $\vec{v}$, on obtient une nouvelle translation dont le vecteur associé est noté $\vec{u} + \vec{v}$.

Exemple

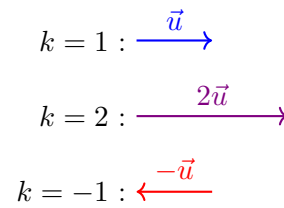


Définition

Au vecteur $\vec{u}$ et au réel k , on peut associer un vecteur, noté $k\vec{u}$, appelé **produit du vecteur $\vec{u}$ par le réel k** , défini de la façon suivante :

- si $\vec{u} \neq \vec{0}$ et $k \neq 0$:
 - $k\vec{u}$ et $\vec{u}$ ont même direction ;
 - $k\vec{u}$ et $\vec{u}$ ont même sens si $k > 0$, et sont de sens contraires si $k < 0$;
 - $\|k\vec{u}\| = |k| \times \|\vec{u}\|$.
- si $\vec{u} = \vec{0}$ ou $k = 0$, alors $k\vec{u} = \vec{0}$.

Exemple



Remarque On retiendra que le produit d'un vecteur par un réel permet de modifier sa longueur et éventuellement son sens, mais pas sa direction.

4 Relation de Chasles

Propriété

Pour tous points A , B et C :

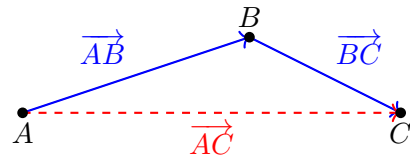
$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$$

Cette égalité est appelée **relation de Chasles**.

Exemple : relation de Chasles

On considère trois points A , B et C .

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$$



5 Repère et base orthonormée

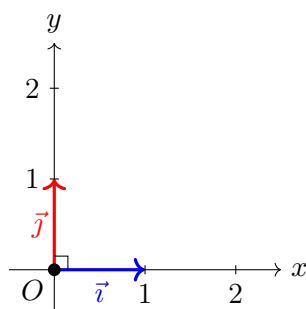
Définition

Un **repère orthonormé** $(O; \vec{i}, \vec{j})$ est composé :

- d'un point O appelé **origine** ;
- de deux vecteurs $\vec{i}$ et $\vec{j}$ tels que :
 - ils sont **perpendiculaires** (orthogonaux) ;
 - ils ont tous les deux une **norme égale à 1** (ils sont unitaires).

On dit que $(\vec{i}, \vec{j})$ est une **base orthonormée** du plan.

Exemple



6 Coordonnées d'un vecteur

Définition

Dans un repère orthonormé, un vecteur est repéré par deux coordonnées.

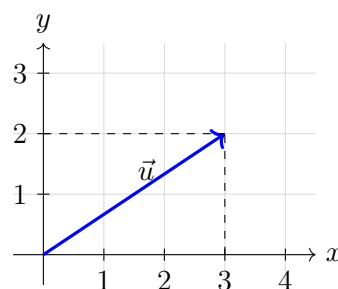
Si : $\vec{u} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$

alors :

- x est le déplacement horizontal ;
- y est le déplacement vertical.

Exemple

Le vecteur : $\vec{u} \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$



correspond à un déplacement de 3 unités vers la droite puis 2 unités vers le haut.

7 Coordonnées d'un vecteur à partir de deux points

Propriété

Soit $A(x_A; y_A)$ et $B(x_B; y_B)$ deux points du plan. Alors :

$$\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix}$$

Exemple

Soient $A(2; 1)$ et $B(5; 4)$. Alors :

$$\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 5 - 2 \\ 4 - 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \end{pmatrix}$$

8 Somme de vecteurs et produit d'un vecteur par un réel

Propriété

Soient $\vec{u} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$. Alors :

$$\vec{u} + \vec{v} \begin{pmatrix} x + x' \\ y + y' \end{pmatrix}$$

$$k\vec{u} \begin{pmatrix} kx \\ ky \end{pmatrix}$$

Exemple

$$\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$3 \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ -3 \end{pmatrix}$$

9 Norme d'un vecteur

Définition

La norme d'un vecteur représente sa longueur. Si $\vec{u} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$, alors :

$$\|\vec{u}\| = \sqrt{x^2 + y^2}$$

Exemple

$$\left\| \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix} \right\| = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$$

10 Distance entre deux points

Propriété

La distance entre deux points A et B est la norme du vecteur $\overrightarrow{AB}$. Si $A(x_A; y_A)$ et $B(x_B; y_B)$, alors :

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

Exemple

Soient $A(1;2)$ et $B(4;6)$. Alors :

$$AB = \sqrt{(4-1)^2 + (6-2)^2} = \sqrt{25} = 5$$

11 Milieu d'un segment

Propriété

Le milieu du segment $[AB]$ a pour coordonnées :

$$M\left(\frac{x_A + x_B}{2}; \frac{y_A + y_B}{2}\right)$$

Exemple

Soient $A(2;1)$ et $B(6;5)$. Le milieu de $[AB]$ est :

$$M\left(\frac{2+6}{2}; \frac{1+5}{2}\right) = (4;3)$$