

Exercice 1 — Calculs de vecteurs

Dans chacun des cas suivants, calculer les coordonnées des vecteurs demandés.

- a) $A(1; 2)$, $B(4; 6)$ et $C(-2; 3)$: calculer $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$.
- b) $D(-1; 4)$, $E(3; -2)$ et $F(5; 1)$: calculer $\overrightarrow{DE}$ et $\overrightarrow{DF}$.
- c) $G(0; 0)$, $H(4; 5)$ et $I(7; -2)$: calculer $\overrightarrow{GH}$ et $\overrightarrow{GI}$.

Exercice 2 — Colinéaires ou non ?

Déterminer si les couples de vecteurs suivants sont colinéaires.

- a) $\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ et $\begin{pmatrix} 4 \\ 6 \end{pmatrix}$
- b) $\begin{pmatrix} 1 \\ 5 \end{pmatrix}$ et $\begin{pmatrix} 3 \\ 10 \end{pmatrix}$
- c) $\begin{pmatrix} -2 \\ 3 \end{pmatrix}$ et $\begin{pmatrix} 8 \\ -12 \end{pmatrix}$
- d) $\begin{pmatrix} 7 \\ 4 \end{pmatrix}$ et $\begin{pmatrix} 14 \\ 8 \end{pmatrix}$
- e) $\begin{pmatrix} 5 \\ 2 \end{pmatrix}$ et $\begin{pmatrix} 15 \\ 6 \end{pmatrix}$
- f) $\begin{pmatrix} 3 \\ 7 \end{pmatrix}$ et $\begin{pmatrix} 6 \\ 15 \end{pmatrix}$
- g) $\begin{pmatrix} -4 \\ 5 \end{pmatrix}$ et $\begin{pmatrix} 12 \\ -15 \end{pmatrix}$
- h) $\begin{pmatrix} 2 \\ 9 \end{pmatrix}$ et $\begin{pmatrix} 6 \\ 27 \end{pmatrix}$

Exercice 3 — Colinéarité de vecteurs

Dans chaque cas, déterminer si les vecteurs sont colinéaires. Justifier.

- a) $\overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{CD}$.
- b) $\overrightarrow{EF} = -3\overrightarrow{GH}$.
- c) $\overrightarrow{IJ} = \overrightarrow{KL} + \overrightarrow{KL}$.
- d) $\overrightarrow{MN}$ et $\overrightarrow{PQ}$ ont même direction mais des sens contraires.

Exercice 4 — Calcul de déterminants

Calculer les déterminants suivants.

- a) $\det \left(\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 4 \\ 6 \end{pmatrix} \right)$
- b) $\det \left(\begin{pmatrix} 2 \\ 5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 4 \\ 11 \end{pmatrix} \right)$
- c) $\det \left(\begin{pmatrix} -3 \\ 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 6 \\ -8 \end{pmatrix} \right)$
- d) $\det \left(\begin{pmatrix} 1 \\ 7 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \end{pmatrix} \right)$
- e) $\det \left(\begin{pmatrix} -2 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 8 \\ -12 \end{pmatrix} \right)$
- f) $\det \left(\begin{pmatrix} 9 \\ 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 6 \\ 3 \end{pmatrix} \right)$

Exercice 5 — Coordonnée manquante

Déterminer la valeur de x pour que les vecteurs soient colinéaires.

- a) $\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ et $\begin{pmatrix} x \\ 9 \end{pmatrix}$
- b) $\begin{pmatrix} 4 \\ -5 \end{pmatrix}$ et $\begin{pmatrix} 12 \\ x \end{pmatrix}$
- c) $\begin{pmatrix} x \\ 7 \end{pmatrix}$ et $\begin{pmatrix} 9 \\ 21 \end{pmatrix}$
- d) $\begin{pmatrix} -2 \\ 5 \end{pmatrix}$ et $\begin{pmatrix} 8 \\ x \end{pmatrix}$

Exercice 6 — Montrer que trois points sont alignés

Montrer que les points suivants sont alignés.

- a) $A(1; 2)$, $B(3; 5)$ et $C(5; 8)$.
- b) $D(-2; 1)$, $E(1; 4)$ et $F(4; 7)$.

Exercice 7 — Les points sont-ils alignés ?

Déterminer si les points suivants sont alignés.

- a) $A(-2; 1)$, $B(1; 4)$ et $C(3; 6)$.
- b) $D(0; 0)$, $E(2; 3)$ et $F(5; 7)$.

Exercice 8 — Alignement et paramètre

Déterminer la valeur de y pour que les points soient alignés.

- a) $A(1; 2)$, $B(4; 8)$ et $C(6; y)$.
- b) $A(-2; 1)$, $B(2; 5)$ et $C(5; y)$.

Exercice 9 — Vecteurs directeurs

Donner un vecteur directeur des droites suivantes.

- a) (AB) avec $A(2; 1)$ et $B(5; 7)$.
- b) (CD) avec $C(-1; 4)$ et $D(3; -2)$.
- c) (EF) avec $E(0; 0)$ et $F(-4; 2)$.
- d) (GH) avec $G(1; 3)$ et $H(7; 0)$.

Exercice 10 — Montrer que deux droites sont parallèles

- a) Montrer que les droites (AB) et (CD) sont parallèles.
 $A(1; 1)$, $B(3; 4)$, $C(2; 0)$ et $D(4; 3)$.
- b) Montrer que les droites (EF) et (GH) sont parallèles.
 $E(0; 2)$, $F(3; 8)$, $G(-1; 1)$ et $H(2; 7)$.

Exercice 11 — Parallélisme et paramètre

Déterminer la valeur de x pour que les droites soient parallèles.

- a) $A(1; 2)$, $B(4; 8)$, $C(-1; 0)$ et $D(x; 4)$.
- b) $E(0; 1)$, $F(2; 5)$, $G(1; 3)$ et $H(x; 7)$.

Exercice 12 — Synthèse

On considère les points

$A(0; 0)$, $B(2; 3)$, $C(4; 6)$, $D(1; 4)$ et $E(3; 7)$.

- a) Montrer que les points A , B et C sont alignés.
- b) Montrer que les droites (AB) et (DE) sont parallèles.
- c) Les points C , D et E sont-ils alignés ?

Exercice 13

(Défi pts)

6

On considère les points

$A(1; 1)$, $B(4; 5)$, $C(7; 9)$, $D(3; 0)$ et $E(6; 4)$.

- Montrer que les points A , B et C sont alignés.
- Montrer que les droites (AD) et (BE) sont parallèles.
- Réaliser une figure.
- Que remarque-t-on ?

Exercice 14 — Vrai ou faux ?

Pour chaque affirmation, dire si elle est vraie ou fausse en justifiant.

- Deux vecteurs de même direction sont toujours égaux.
- Deux vecteurs colinéaires ont nécessairement la même norme.
- Si $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont colinéaires alors les points A , B et C sont alignés.
- Deux droites parallèles possèdent des vecteurs directeurs colinéaires.
- Si deux vecteurs ne sont pas colinéaires alors leurs droites supports sont sécantes.

Exercice 15 — Démonstration vectorielle

Soit ABC un triangle.

On définit les points D et E par $\overrightarrow{AD} = 2\overrightarrow{BA}$ et $\overrightarrow{BE} = 3\overrightarrow{BC}$.

- Montrer que $\overrightarrow{DE} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BE}$.
- En déduire que $\overrightarrow{DE} = 3\overrightarrow{AC}$.
- Que peut-on conclure pour les droites (AC) et (DE) ?

Exercice 16 — Parallélisme

Soit ABC un triangle.

On définit les points M et N par $\overrightarrow{AM} = 2\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AN} = 2\overrightarrow{AC}$.

- Exprimer $\overrightarrow{MN}$ à l'aide des vecteurs $\overrightarrow{MA}$, $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AN}$.
- Montrer que $\overrightarrow{MN} = 2\overrightarrow{BC}$.
- Que peut-on conclure ?

Exercice 17 — Alignement

Soit ABC un triangle.

On définit le point M par $\overrightarrow{AM} = 3\overrightarrow{AB}$.

- Montrer que les vecteurs $\overrightarrow{AM}$ et $\overrightarrow{AB}$ sont colinéaires.
- Que peut-on conclure pour les points A , B et M ?

Exercice 18 — Démonstration guidée

Soit $ABCD$ un parallélogramme.

- Exprimer $\overrightarrow{AC}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{BC}$.
- Exprimer $\overrightarrow{BD}$ en fonction de $\overrightarrow{BA}$ et $\overrightarrow{AD}$.
- En utilisant les propriétés du parallélogramme, montrer que $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} = 2\overrightarrow{BC}$.